Prüfungsprotokoll Lineare Algebra I/II für Informatiker

Datum: 17.10.95
Prof: Herr Hartl
Ich: Stefan Dirnstorfer (dirnstor@informatik.tu-muenchen.de)

Prof: Was ist ein LGS?

Ich: Ax = b usw.

Prof: Zusammenhang zwischen den Größen von A, x und b?

Ich: A=Mat(m * n, K); x $\in$ K^n; b $\in$ K^m

Prof: Wie sehen die Lösungen aus?

Ich: Es gibt 0, 1, oder unendlich viele Lösungen.
Ist K endlich, so gibt es 0 oder eine Potenz von der Mächtigkeit von K Lösungen (Ich glaube nicht, daß er das erwartet hatte, aber es kam auf jeden Fall gut an ;)
Die Lösungen stellen einen Unterraum dar. (Das gilt natürlich nur für das homogene LGS. Ich hatte aber die Möglichkeit mich beim Skizzieren der Lösungen im R^2 zu korrigieren.)

Prof: Zusammenhang zwischen homogener (Ax=0) und inhomogener Lsg

Ich: Eine partikuläre Lösung des inhomo. Gl. plus die Lösungen des homogenen ergeben die Lösungen des inhomogenen.

Prof: Was ist Eigenvektor / Eigenwert

Ich: f(x) = λx; x $\neq$ 0 usw.

Prof: Wie finde ich sie?

Ich: Eigenwert: Nullst. des charakteristischen Polynoms
Eigenvektor: Nullraum von A - λI_n (wobei A die darstellende Matrix ist)

Prof: Was ist algebraische und geometrische Vielfachheit?

Ich: Vielfachheit der Nullstellen bzw Dimension des Eigenraums.

Prof: Welchen Zusammenhang gibt es?

Ich: Dimension des VR $\geq$ alg. Vielfachheit $\geq$ geom. Vielfachheit

Prof: Und wenn sie gleich sind?

Ich: Dann ist A diagonalisierbar.

Prof: Was ist das charakteristische Polynom?

Ich: Det(A - λI_n)

Prof: Warum sind die Nullstellen die Eigenwerte?

Ich: Ax = λx $\Leftrightarrow$
Ax - λx = 0 $\Leftrightarrow$
(A - λI_n)x = 0
Hat genau dann eine Lösung $\neq$ 0 (damit auch unendl. viele), wenn (A - λI_n) singulär ist. $\Leftrightarrow$
Det (A - λI_n) = 0

Prof: Was ist, wenn A bzgl einer anderen Basis gegeben ist?

Ich: Die Eigenwerte bleiben gleich. Die Eigenvektoren ergeben sich bzgl dieser Basis.

Prof: Warum bleiben die Eigenwerte gleich?

Ich: $\mathrm{Det}(A' - \lambda I_n) =$
$\mathrm{Det}(S^{-1}AS - \lambda S^{-1}S) =$
$\mathrm{Det}(S^{-1}(A - \lambda I_n)S) =$
$\mathrm{Det}(S^{-1}) \cdot \mathrm{Det}(A - \lambda I_n) \cdot \mathrm{Det}(S) =$
$\mathrm{Det}(A - \lambda I_n)$ □
(In Wirklichkeit sind die Beweise natürlich etwas chaotischer verlaufen, und es bedurfte mehrerer Hilfestellungen.)

Prof: Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Determinante von S und S^{-1}?

Ich: $\mathrm{Det}(S) = \mathrm{Det}(S^{-1})^{-1}$

Prof: Beweis?

Ich: $1 = \mathrm{Det}(I_n) = \mathrm{Det}(S \cdot S^{-1}) = \mathrm{Det}(S) \cdot \mathrm{Det}(S^{-1})$

Prof: Sie haben sich doch mit Gruppentheorie befasst.

Ich: Ja.

Prof: Was sind denn Nebenklassen?

Ich: Sei U Untergruppe von G, dann ist
Rechtsnebenklasse = $\{ua : \forall u \in U\}$; a∈G fest.
Linksnebenklasse = $\{au :$ .....
(Ich weiß auch nicht mehr woher ich das wußte ;)

Prof: Welche besonderen Eigenschaften haben sie?

Ich: Sie bilden eine Partition auf G

Prof: Was sind denn Normalteiler?

Ich: U ist Normalteiler von G ⇔
$gU = Ug \; \forall \, g \in G$
(Bei meinem ersten Versuch habe ich die Def des Zentrums hingeschrieben
Prof: "Da haben Sie sich jetzt was aus den Fingern gesaugt.")

Prof: Kann man mit Nebenklassen von Normalteilern rechnen?

Ich: (Nachdem ich mich erkundigt hatte, wie man zwei Mengen multipliziert.)
$aU \cdot bU = abU$

Der Professor war sehr nett. Während der Prüfung herrschte eine relativ lockere Atmosphäre. Er legte anscheinend mehr Wert auf Verständnis als auf Faktenwissen. Note: 1.0, als ich selbst Prüfungsprotokolle gelesen habe, habe ich mich immer gewundert, warum die Leute, die einfache Sachen gefragt wurden schlechte und die, die Schweres gefragt wurden gute Noten haben....