

Strukturierte Zinsprodukte

Das Tool zur Bewertung strukturierter Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features

Zukunft

大

Stefan Dirnstorfer

2004-April-06

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features

Zukunft

Agenda

大

- Vorstellung eines Programms zur finanzmathematischen Modellierung
- Beispiel 1: Callable Bond
- Beispiel 2: Konvergenzanleihe
- Beispiel 3: Volabond
- Fahrplan zur Umsetzung

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?

Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features

Zukunft

Dadim

D_{dim} ist ein Programm zur Lösung hochdimensionaler finanzmathematischer Probleme.

D = (chinesisch) groß

dim = (Kurzform) Dimension

Historie

- **2000** Finanzmathematische Erweiterungen meiner Diplomarbeit zu hochdimensionalen Integralen.
- **2001** Entwicklung der Operatornotation
- **2003** Erster Verkauf an die HVB: Berechnung von “Implied interest rate volatility cubes”
- **2004** Pläne:
 - Firmengründung
 - Publikationen

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?

Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features

Zukunft

Wie funktioniert Dadim

Es existieren Operatoren für den Zeitverlauf und für Aktionen:

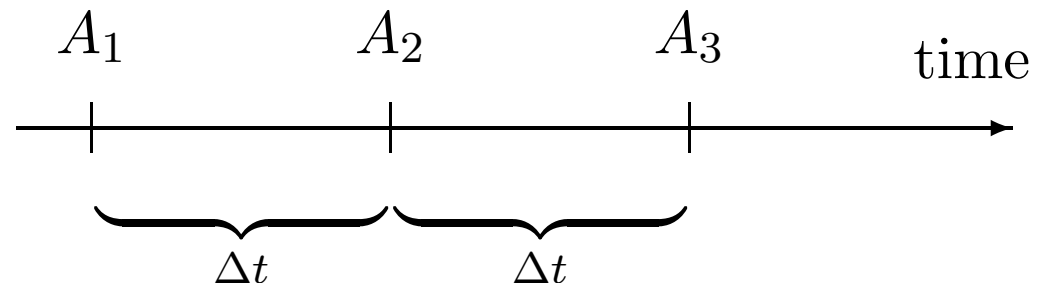
Θ Ein Zeitschritt

A_i Aktion oder Ereignis

V Endauswertung

Zeitliche Abläufe von Ereignissen können chronologisch mit Operatoren notiert werden:

$$A_1 \Theta A_2 \Theta A_3 V \quad (1)$$



Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features

Zukunft

Beispiel: Callable bond

Kurzbeschreibung der Operatornotation:

\ominus	Ein Zeitschritt
T^a	Cash-Transaktion der Größe a
$(\cdot)^n$	n-fache Wiederholung
\langle	Entscheidung

Ein 10-jähriger Bond (Coupon = 7) mit einer short Bermuda-Option (Strike = 105) kann als Operator P foldendermaßen geschrieben werden:

$$PV = (\ominus T^7)^2 \left(\langle \begin{array}{l} \text{short} \\ T^{105} V \\ \ominus T^7 \end{array} \right)^8 T^{100} V \quad (2)$$

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert

Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features

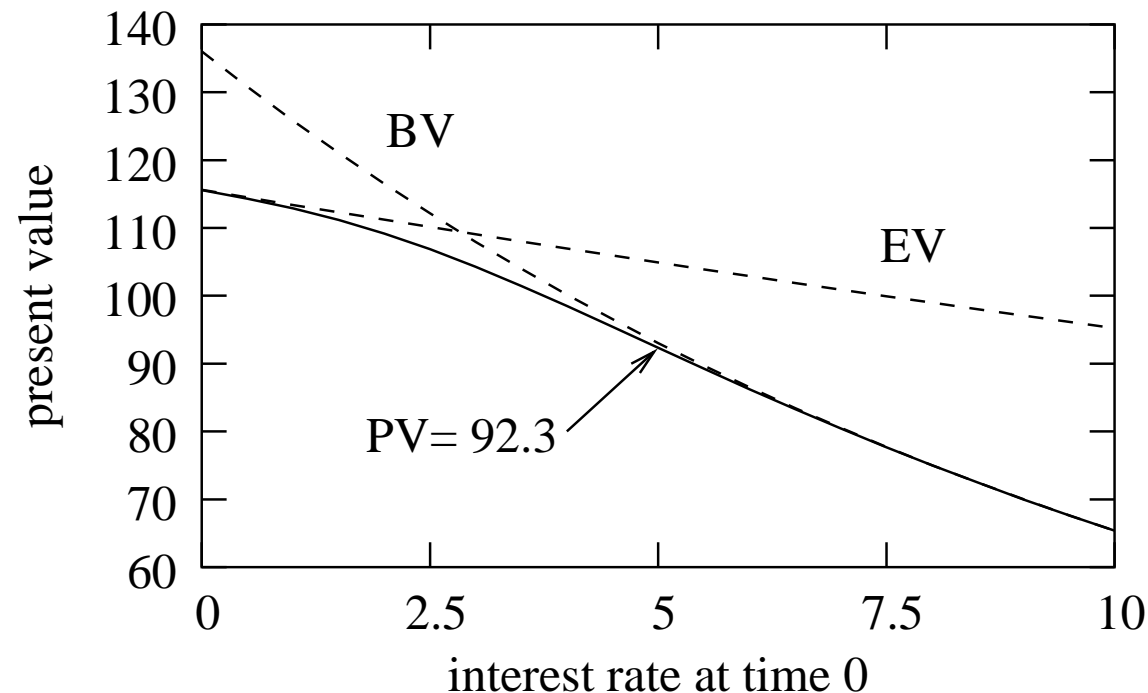
Zukunft

Barwert

Da es sich um eine *short* Option handelt, wird immer das wertlosere Szenario gewählt. Der Preis des Gesamtportfolios liegt unter dem der erreichbaren Bonds.

Bond ohne Option: $BV = (\Theta T^7)^{10} T^{100} V$

Erstmögliche Ausführung: $EV = (\Theta T^7)^2 T^{105} V$



Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert

Verteilung

Stopzeit

Volabond

Marktpreise

Implizite Vola

Der Bondpreis

C++ Code

**Konvergenz-
anleihe**

Sensitivität r_1

Sensitivität r_2

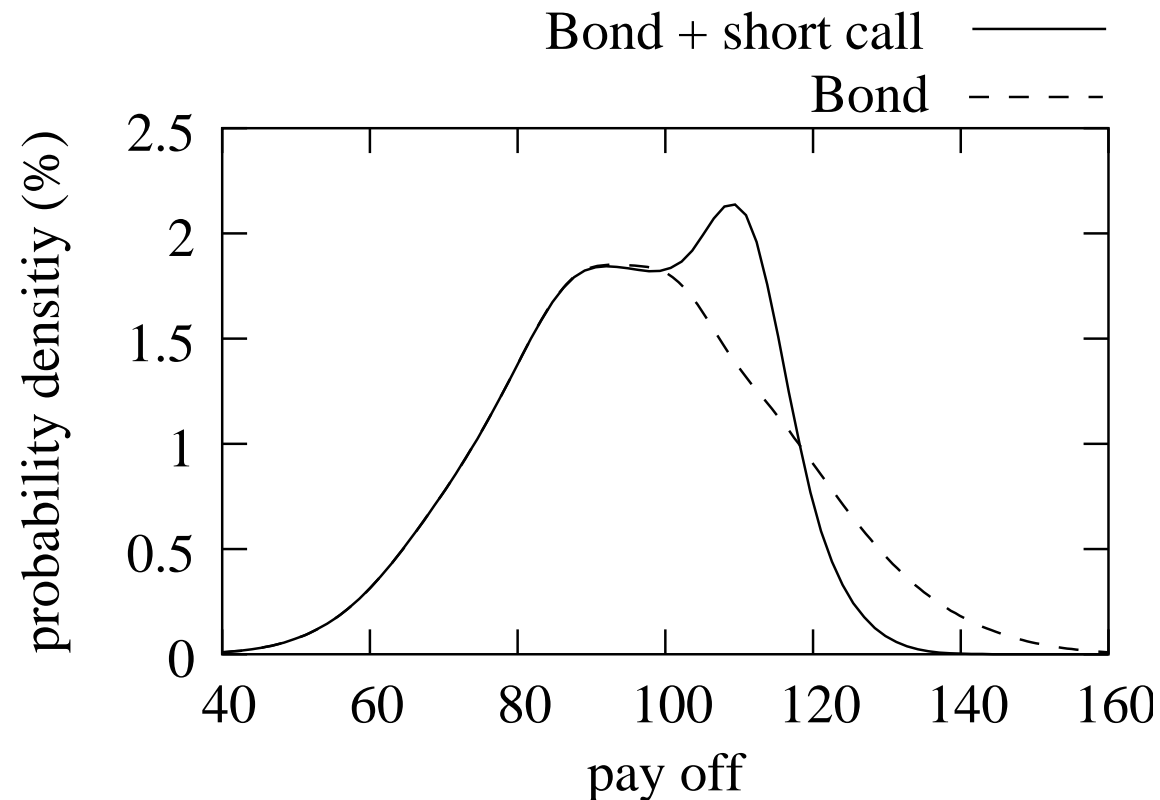
Sensitivität a

Features

Zukunft

Verteilung

Die Option wird immer dann ausgeführt, wenn der Bond wertvoller als der Strike ist. Hohe Gesamtgewinne werden unwahrscheinlicher, Gewinne knapp über dem Strike häufiger.



Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung

Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

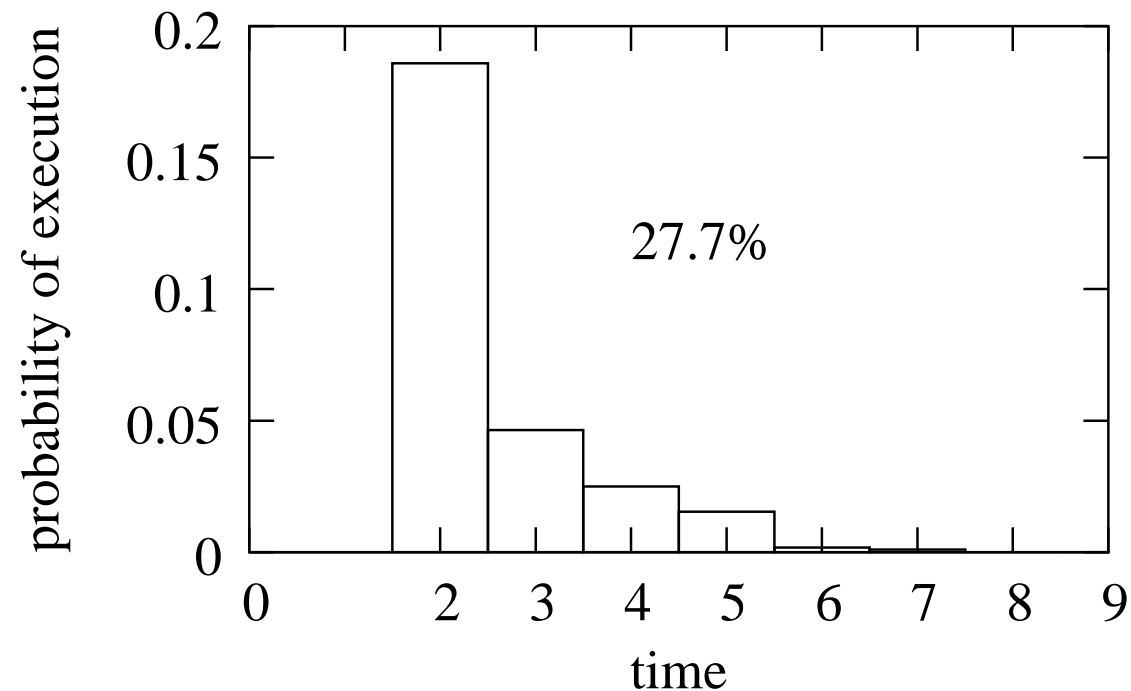
**Konvergenz-
anleihe**

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features
Zukunft

Stopzeit

Die Option kann nach 2 Jahren das erste Mal ausgeführt werden. Danach nimmt die Wahrscheinlichkeit für die Ausübung mit der Zeit ab. Die Option wird insgesamt zu 27.7% ausgeführt.



Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features
Zukunft

Volabond

Bei einem Volabond wird jeweils der Unterschied eines Zinssatzes in zwei aufeinander folgenden Perioden als Coupon gezahlt.

T_z Transaktion auf Zähler z

T_a Transaktion auf Cash Account a

$|_{z=0}$ Zähler z auf Null setzen

Die diskontierte Coupon-Zahlung wird durch einen entsprechenden Operatorterm notiert:

$$\left(T_z^r \ominus T_z^{-r} T_a^{\min(5\%, |z|)} |_{z=0} \right)^{10} \quad (3)$$

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise

Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features
Zukunft

Marktpreise

Die große Unbekannte im Prozess Θ ist die Volatilität.

$$\Theta = \Theta(\sigma) \quad (4)$$

Um σ zu bestimmen vergleichen wir mehrere auf dem Markt verfügbare Referenzprodukte:

Θ	$T^{-95} \Theta^5 T^{100} V$ V	1.3
Θ^2	$T^{-90} \Theta^{10} T^{100} V$ V	5.4
$\Theta^{1.5}$	$(\Theta T^{-r} T^{5\%})^{10} V$ V	23.1

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise

Implizite Vola

Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz-

anleihe

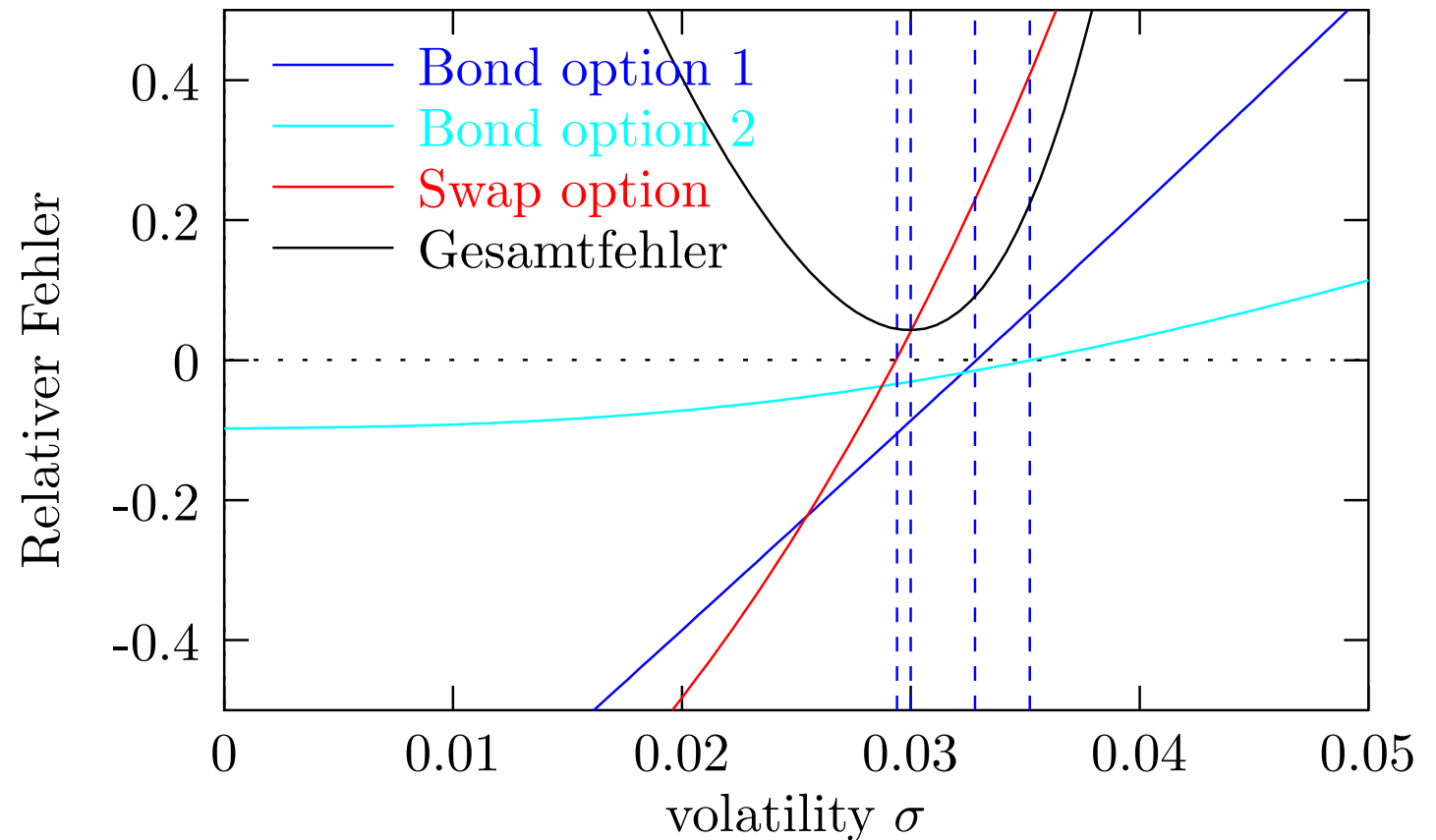
Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features

Zukunft

Implizite Volatilität

Durch Variation der Volatilität kann die implizite Volatilität der Referenzprodukte ermittelt werden. Das Ein-Faktor-Modell kann nicht alle Produktpreise gleichzeitig reproduzieren.



Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola

Der Bondpreis

C++ Code

Konvergenz- anleihe

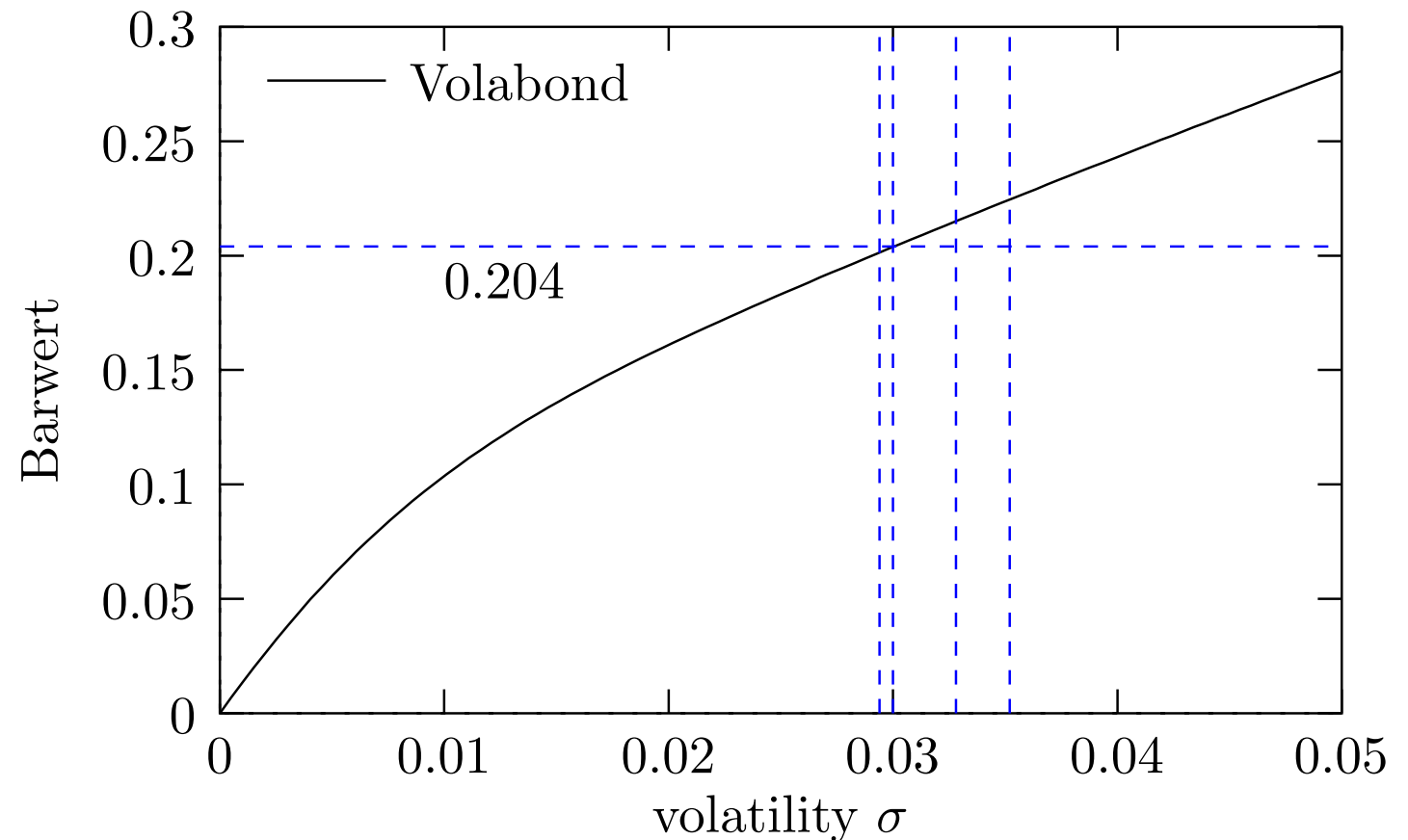
Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features

Zukunft

Der Bondpreis

Für die Minimum-Quadrat Volatilität hat die Couponzahlung einen Barwert von 0.204. Andere Preise können zur Bewertung der Modelgüte herangezogen werden.²



Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis

C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features

Zukunft

Appendix 1: C++ Code

Bondoption 1

```
DDadim V = 100.0;  
  
V = theta(V, 5.0);  
V = max(V - 95.0, 0.0);  
V = theta(V, 1.0);
```

Bondoption 2

```
DDadim V = 100.0;  
  
V = theta(V, 10.0);  
V = max(V - 90.0, 0.0);  
V = theta(V, 2.0);
```

Swap option

```
DDadim V = 0.0;
```

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis

C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features

Zukunft

```
for (int i=0; i<10; ++i) {  
    V = V + 100.0*(0.05 - rate);  
    V = theta(V, 1.0);  
}  
V = max(V, 0.0);  
V = theta(V, 1.5);
```

Der Volabond

DDadim V= 0.0;

```
for (int i=0; i<10; ++i) {  
    V = V + min(0.05, abs(f*df));  
    V = shift(V, f, -rate/df);  
    V = theta(V, 1.0);  
    V = shift(V, f, rate/df);  
    V = rename(V, f.dir(), -1);  
}
```

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features

Zukunft

Die Konvergenzanleihe

Eine Konvergenzanleihe mit 7 Jahren Laufzeit und Zinsgarantie:

$$(\Theta T^{5\%}) \left(\begin{array}{l} \lambda \\ \Theta T^{5\%} \end{array} \left((\Theta T^{5\%})^{7-t} T^{100} V \right) \right)^6 T^{100} V \quad (5)$$

mit Garantiestruktur g :

$$g(r) = \min(5\%, \max(1\%, r)) \quad (6)$$

und Beitrittswahrscheinlichkeit λ :

$$\lambda = a \max\left(0, 1 - \frac{|r_1 - r_2|}{b}\right) \quad (7)$$

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1

Sensitivität r_2

Sensitivität a

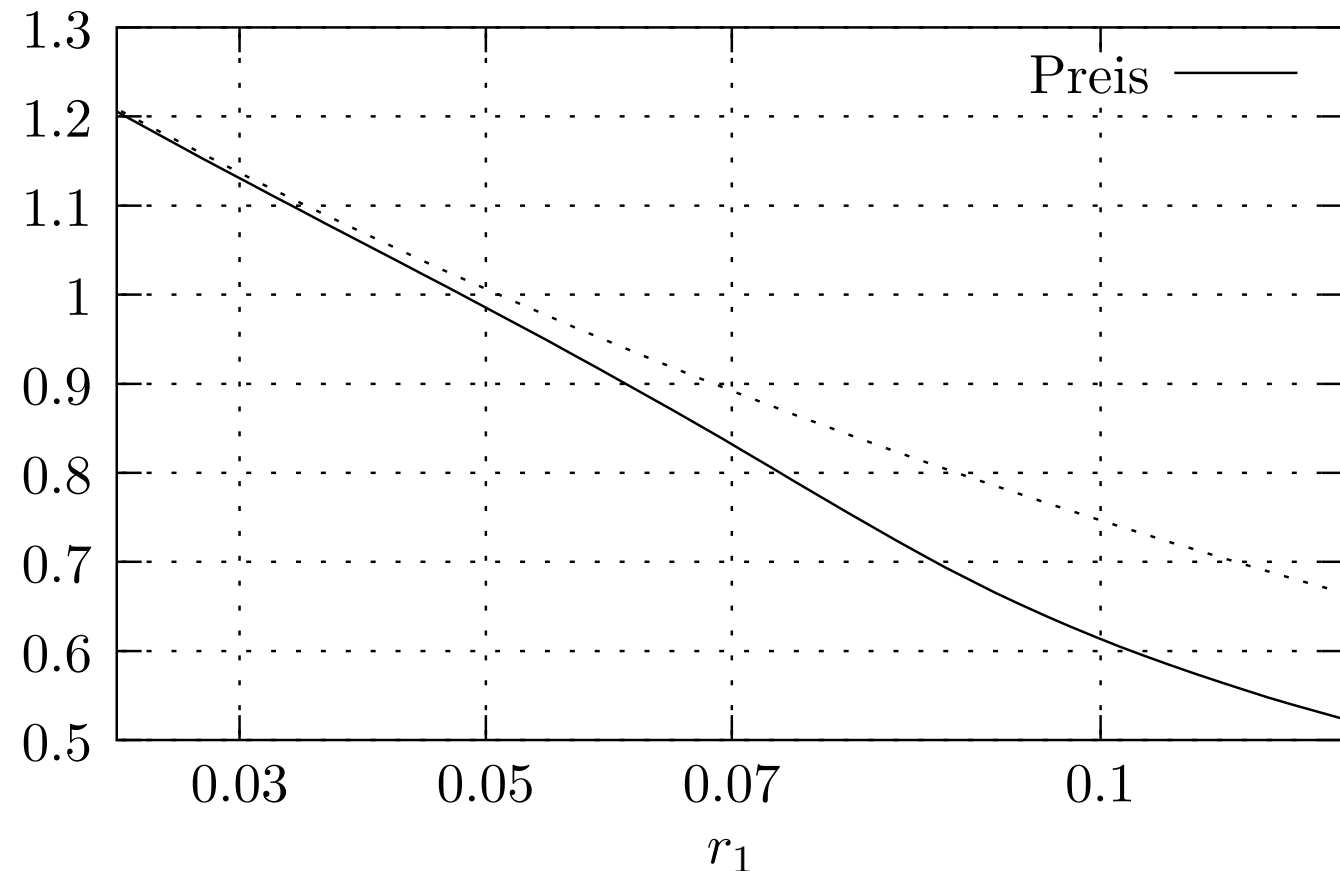
Features

Zukunft

Sensitivität r_1

$r_1 = \text{variabel}$, $r_2 = 7\%$, $a = 30\%$, $b = 3\%$

Die Anleihe verhält sich zuerst wie ein Coupon-Bond mit Diskontfaktor r_1 . Je mehr r_1 über r_2 steigt, desto stärker wird der Coupon reduziert.



Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1

Sensitivität r_2

Sensitivität a

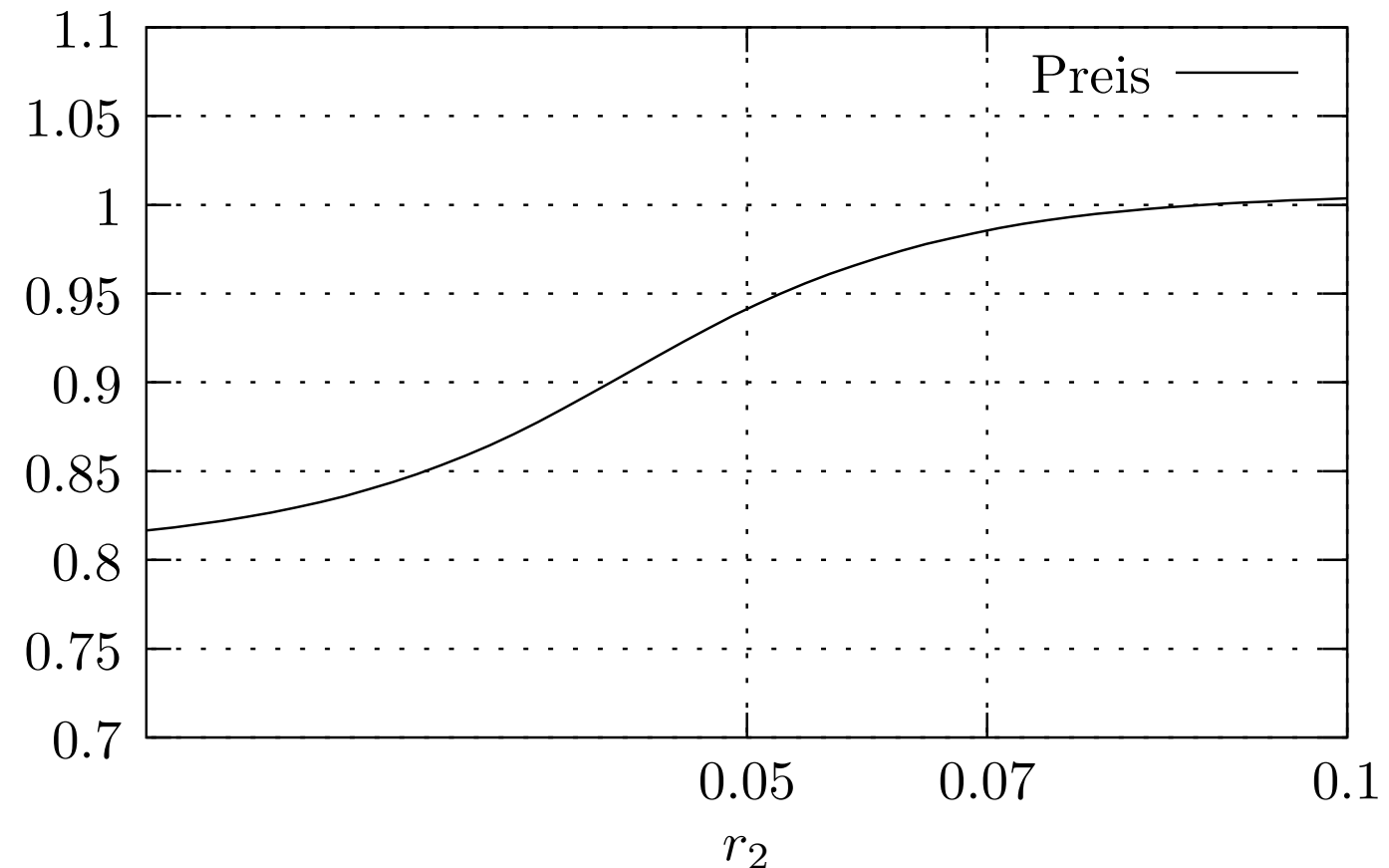
Features

Zukunft

Sensitivität r_2

$r_1 = 5\%$, $r_2 = \text{variabel}$, $a = 30\%$, $b = 3\%$

Da r_2 nicht zum Diskontieren heran gezogen wird, ist der Preis weitgehend unabhängig von r_2 . Erst bei einem deutlichem Abfall unter r_1 , wird der Coupon reduziert.



Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2

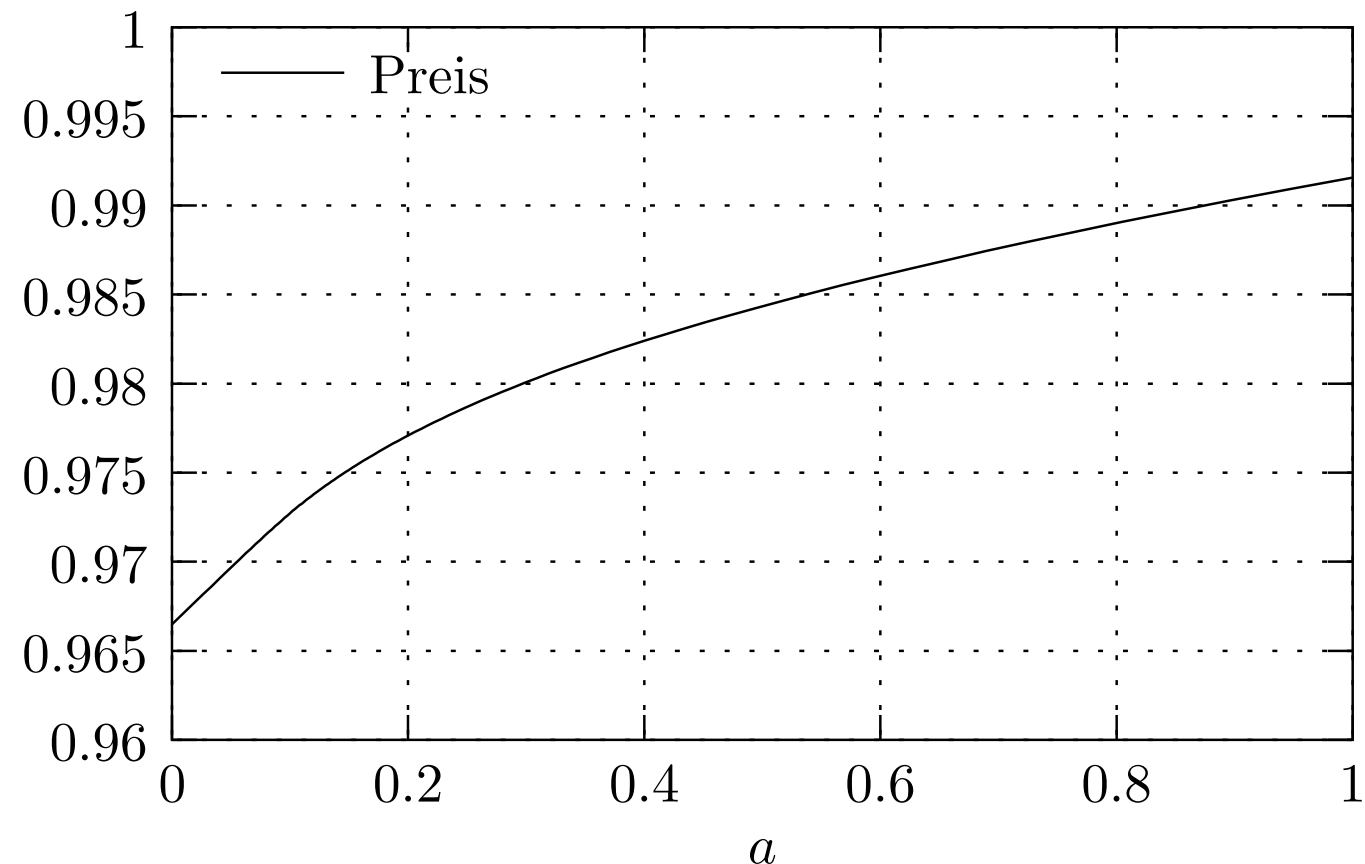
Sensitivität a

Features
Zukunft

Sensitivität a

$r_1 = 5\%$, $r_2 = 7\%$, $a = \text{variabel}$, $b = 3\%$

Die Beitrittswahrscheinlichkeit a hat einen sehr geringen Einfluß auf den Preis, da meistens $r_2 > r_1$.



Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features

Zukunft

Dadim Features

Produkte

1. Alle Produkte
2. Handelsstrategien, Market impact Modelle

Maße

1. Erwartungswerte, Preise
2. Wahrscheinlichkeitsverteilungen
3. Wartezeiten
4. Implizite bzw. optimale Parameter

Prozesse

1. Black&Scholes
2. Heath-Jarrow-Morton
3. Copulas, Freiform-Verteilungen

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?

Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert

Verteilung

Stopzeit

Volabond

Marktpreise

Implizite Vola

Der Bondpreis

C++ Code

**Konvergenz-
anleihe**

Sensitivität r_1

Sensitivität r_2

Sensitivität a

Features

Zukunft

Nächste Schritte

1. **Datensatz** Die MEAG liefert einen Datensatz von entweder Preisen vergleichbarer Produkte oder der zum Preisen relevanter Marktdaten.
2. **Testcode** Ich liefere einen Testcode in Form einer DLL für C++, der auf Funktionalität und Stabilität getestet werden kann.
3. **Vertrag** Die nötigen System-Schnittstellen und der Leistungsumfang werden definiert.
4. **Abgabe** Der fertige Code wird geliefert.

大

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features

Zukunft

Appendix 1: Dadim XML

Die XML Darstellung der Konvergenzanleihe ist implementierungsunabhängig und kann von Monte-Carlo und PDE-Lösern verarbeitet werden.

```
<dadim>
  <newvariable name="r1" value="0.05" />
  <newvariable name="r2" value="0.07" />
  <operatorpower power="1">
    <operator name="Theta">
      <trans dir="account" power="7">
        <ref />
      </trans>
    </operator>
  </operatorpower>
  <operatorpower power="6">
    <mult>
      <set name="lambda" term="max(0,1-2*(r1-r2)/a)" />
      <add>
        <mult>
          <ref name="lambda" />
          <operatorpower power="7-t">
            <operator name="Theta">
              <trans dir="account" power="7">
                <ref />
              </trans>
            </operator>
            <ref name="V" />
          </operatorpower>
        </mult>
      </add>
    </mult>
  </operatorpower>
</dadim>
```

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond

Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz- anleihe

Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features
Zukunft

Appendix 2: Zugriff aus Excel

SUMME

	A	B	C
1	Input		
2	Controlfile	anleihe.xml	
3			
4	EUR rate	4,00%	
5	PLN spread	2,00%	
6	Emu treshold	3,00%	
7			
8	Output		
9	Preis	=dadim_eval(B2;B4;B5;B6)	
10			

Tabelle 1 / 1 TAB_Preis 100% EINGF STD * Fehler