

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond
Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond
Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz-anleihe
Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features
Zukunft

Das Tool zur Bewertung strukturierter Zinsprodukte

大

Stefan Dirnstorfer

2004-April-06

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond
Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond
Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz-anleihe
Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features
Zukunft

Agenda

大

- Vorstellung eines Programms zur finanzmathematischen Modellierung
- Beispiel 1: Callable Bond
- Beispiel 2: Konvergenzanleihe
- Beispiel 3: Volabond
- Fahrplan zur Umsetzung

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?

Wie funktioniert es?

Callable bond
Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond
Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz-anleihe
Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features
Zukunft

Dadim

大_{dim} ist ein Programm zur Lösung hochdimensionaler finanzmathematischer Probleme.

大 = (chinesisch) groß
dim = (Kurzform) Dimension

Historie

- **2000** Finanzmathematische Erweiterungen meiner Diplomarbeit zu hochdimensionalen Integralen.
- **2001** Entwicklung der Operatornotation
- **2003** Erster Verkauf an die HVB: Berechnung von "Implied interest rate volatility cubes"
- **2004** Pläne:
 - Firmengründung
 - Publikationen

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?

Wie funktioniert es?

Callable bond
Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond
Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz-anleihe
Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features
Zukunft

Wie funktioniert Dadim

Es existieren Operatoren für den Zeitverlauf und für Aktionen:

Θ Ein Zeitschritt
 A_i Aktion oder Ereignis
 V Endauswertung

Zeitliche Abläufe von Ereignissen können chronologisch mit Operatoren notiert werden:

$$A_1 \Theta A_2 \Theta A_3 V \tag{1}$$

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

- Barwert
- Verteilung
- Stopzeit

Volabond

- Marktpreise
- Implizite Vola
- Der Bondpreis
- C++ Code

Konvergenz-anleihe

- Sensitivität r_1
- Sensitivität r_2
- Sensitivität a

Features

- Zukunft

Beispiel: Callable bond

Kurzbeschreibung der Operatornotation:

- Θ Ein Zeitschritt
- T^a Cash-Transaktion der Größe a
- $(\cdot)^n$ n-fache Wiederholung
- $\langle \cdot \rangle$ Entscheidung

Ein 10-jähriger Bond (Coupon = 7) mit einer short Bermuda-Option (Strike = 105) kann als Operator P folgendermaßen geschrieben werden:

$$PV = (\Theta T^7)^2 \left(\langle \text{short } T^{105} V \rangle \Theta T^7 \right)^8 T^{100} V \quad (2)$$

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

- Barwert**
- Verteilung
- Stopzeit

Volabond

- Marktpreise
- Implizite Vola
- Der Bondpreis
- C++ Code

Konvergenz-anleihe

- Sensitivität r_1
- Sensitivität r_2
- Sensitivität a

Features

- Zukunft

Barwert

Da es sich um eine *short* Option handelt, wird immer das wertlosere Szenario gewählt. Der Preis des Gesamtportfolios liegt unter dem der erreichbaren Bonds.

Bond ohne Option: $BV = (\Theta T^7)^{10} T^{100} V$

Erstmögliche Ausführung: $EV = (\Theta T^7)^2 T^{105} V$

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

- Barwert
- Verteilung**
- Stopzeit

Volabond

- Marktpreise
- Implizite Vola
- Der Bondpreis
- C++ Code

Konvergenz-anleihe

- Sensitivität r_1
- Sensitivität r_2
- Sensitivität a

Features

- Zukunft

Verteilung

Die Option wird immer dann ausgeführt, wenn der Bond wertvoller als der Strike ist. Hohe Gesamtgewinne werden unwahrscheinlicher, Gewinne knapp über dem Strike häufiger.

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond

- Barwert
- Verteilung
- Stopzeit**

Volabond

- Marktpreise
- Implizite Vola
- Der Bondpreis
- C++ Code

Konvergenz-anleihe

- Sensitivität r_1
- Sensitivität r_2
- Sensitivität a

Features

- Zukunft

Stopzeit

Die Option kann nach 2 Jahren das erste Mal ausgeführt werden. Danach nimmt die Wahrscheinlichkeit für die Ausübung mit der Zeit ab. Die Option wird insgesamt zu 27.7% ausgeführt.

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond
Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond
Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz-anleihe
Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features
Zukunft

Volabond

Bei einem Volabond wird jeweils der Unterschied eines Zinssatzes in zwei aufeinander folgenden Perioden als Coupon gezahlt.

T_z Transaktion auf Zähler z
 T_a Transaktion auf Cash Account a
 $|_{z=0}$ Zähler z auf Null setzen

Die diskontierte Coupon-Zahlung wird durch einen entsprechenden Operatorterm notiert:

$$\left(T_z^r \Theta T_z^{-r} T_a^{\min(5\%, |z|)} \Big|_{z=0} \right)^{10} \tag{3}$$

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond
Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond
Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz-anleihe
Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features
Zukunft

Marktpreise

Die große Unbekannte im Prozess Θ in die Volatilität.

$$\Theta = \Theta(\sigma) \tag{4}$$

Um σ zu bestimmen vergleichen wir mehrere auf dem Markt verfügbare Referenzprodukte:

Θ	$T^{-95} \Theta^5 T^{100} V$ V	1.3
Θ^2	$T^{-90} \Theta^{10} T^{100} V$ V	5.4
$\Theta^{1.5}$	$(\Theta T^{-r} T^{5\%})^{10} V$ V	23.1

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond
Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond
Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz-anleihe
Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features
Zukunft

Implizite Volatilität

Durch Variation der Volatilität kann die implizite Volatilität der Referenzprodukte ermittelt werden. Das Ein-Faktor-Modell kann nicht alle Produktpreise gleichzeitig reproduzieren.

The graph plots Relative Fehler (y-axis, -0.4 to 0.4) against volatility σ (x-axis, 0 to 0.05). It shows four curves: Bond option 1 (blue), Bond option 2 (cyan), Swap option (red), and Gesamtfehler (black). Vertical dashed lines indicate the volatility values for each product, showing that a single volatility value cannot satisfy all products simultaneously.

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

Callable bond
Barwert
Verteilung
Stopzeit

Volabond
Marktpreise
Implizite Vola
Der Bondpreis
C++ Code

Konvergenz-anleihe
Sensitivität r_1
Sensitivität r_2
Sensitivität a

Features
Zukunft

Der Bondpreis

Für die Minimum-Quadrat Volatilität hat die Couppzahlung einen Barwert von 0.204. Andere Preise können zur Bewertung der Modelgüte herangezogen werden.

The graph plots Barwert (y-axis, 0 to 0.3) against volatility σ (x-axis, 0 to 0.05). A single curve for Volabond is shown. A horizontal dashed line at Barwert = 0.204 intersects the curve. Vertical dashed lines indicate the volatility values for the products from the previous graph, showing that the Barwert for those volatilities is not 0.204.

Strukturierte Zinsprodukte

- Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?
- Callable bond
 - Barwert
 - Verteilung
 - Stopzeit
- Volabond
 - Marktpreise
 - Implizite Vola
 - Der Bondpreis
- C++ Code
- Konvergenzanleihe
 - Sensitivität r_1
 - Sensitivität r_2
 - Sensitivität a
- Features
 - Zukunft

Appendix 1: C++ Code

Bondoption 1

```

DDadim V = 100.0;

V = theta(V, 5.0);
V = max(V - 95.0, 0.0);
V = theta(V, 1.0);
    
```

Bondoption 2

```

DDadim V = 100.0;

V = theta(V, 10.0);
V = max(V - 90.0, 0.0);
V = theta(V, 2.0);
    
```

Swap option

```

DDadim V = 0.0;
    
```

Strukturierte Zinsprodukte

- Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?
- Callable bond
 - Barwert
 - Verteilung
 - Stopzeit
- Volabond
 - Marktpreise
 - Implizite Vola
 - Der Bondpreis
- C++ Code
- Konvergenzanleihe
 - Sensitivität r_1
 - Sensitivität r_2
 - Sensitivität a
- Features
 - Zukunft

```

for (int i=0; i<10; ++i) {
    V = V + 100.0*(0.05 - rate);
    V = theta(V, 1.0);
}
V = max(V, 0.0);
V = theta(V, 1.5);

DDadim V= 0.0;

for (int i=0; i<10; ++i) {
    V = V + min(0.05, abs(f*df));
    V = shift(V, f, -rate/df);
    V = theta(V, 1.0);
    V = shift(V, f, rate/df);
    V = rename(V, f.dir(), -1);
}
    
```

Der Volabond

Strukturierte Zinsprodukte

- Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?
- Callable bond
 - Barwert
 - Verteilung
 - Stopzeit
- Volabond
 - Marktpreise
 - Implizite Vola
 - Der Bondpreis
- C++ Code
- Konvergenzanleihe
- Sensitivität r_1
- Sensitivität r_2
- Sensitivität a
- Features
 - Zukunft

Die Konvergenzanleihe

Eine Konvergenzanleihe mit 7 Jahren Laufzeit und Zinsgarantie:

$$(\Theta T^{5\%}) \left(\begin{matrix} \lambda \\ \Theta T^{5\%} \\ \Theta T^g(5\%+2(r_2-r_1)) \end{matrix} T^{100}V \right)^6 T^{100}V \quad (5)$$

mit Garantiestruktur g :

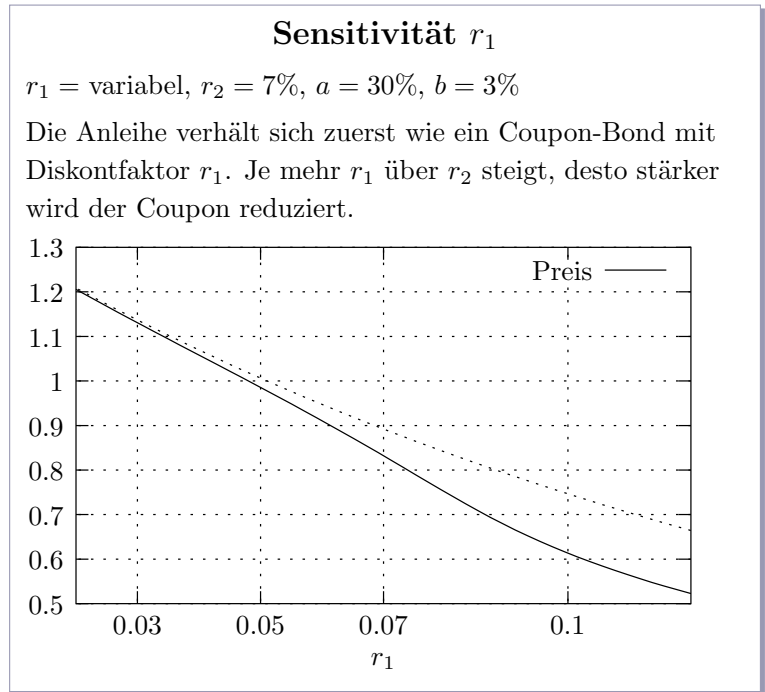
$$g(r) = \min(5\%, \max(1\%, r)) \quad (6)$$

und Beitrittswahrscheinlichkeit λ :

$$\lambda = a \max\left(0, 1 - \frac{|r_1 - r_2|}{b}\right) \quad (7)$$

Strukturierte Zinsprodukte

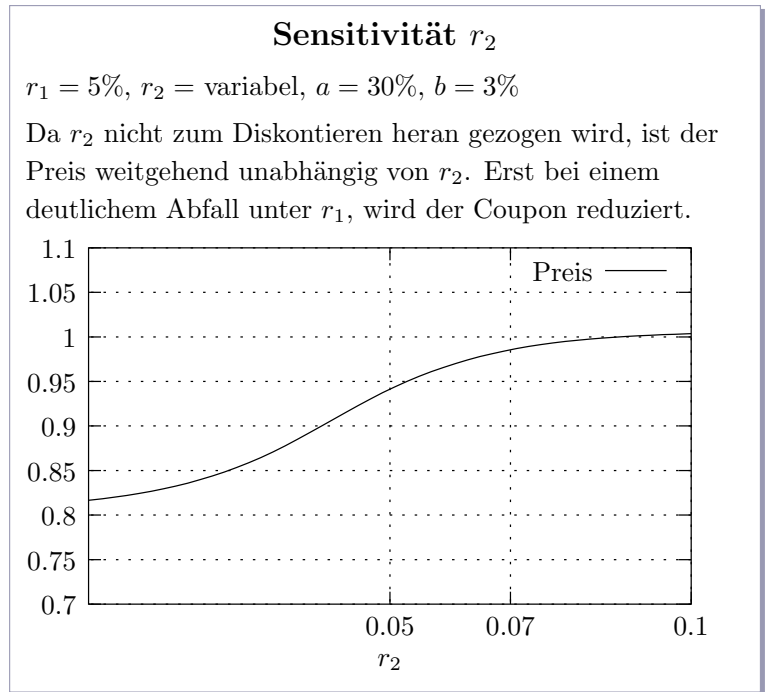
- Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?
- Callable bond
 - Barwert
 - Verteilung
 - Stopzeit
- Volabond
 - Marktpreise
 - Implizite Vola
 - Der Bondpreis
- C++ Code
- Konvergenzanleihe
- Sensitivität r_1
- Sensitivität r_2
- Sensitivität a
- Features
 - Zukunft



Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

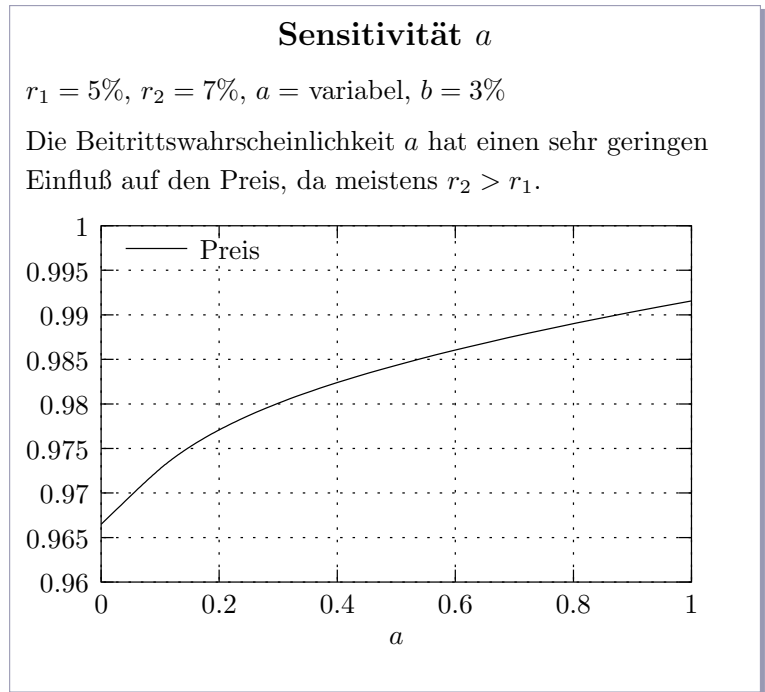
- Callable bond**
 - Barwert
 - Verteilung
 - Stopzeit
- Volabond**
 - Marktpreise
 - Implizite Vola
 - Der Bondpreis
 - C++ Code
- Konvergenz-anleihe**
 - Sensitivität r_1
 - Sensitivität r_2**
 - Sensitivität a
- Features**
 - Zukunft



Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

- Callable bond**
 - Barwert
 - Verteilung
 - Stopzeit
- Volabond**
 - Marktpreise
 - Implizite Vola
 - Der Bondpreis
 - C++ Code
- Konvergenz-anleihe**
 - Sensitivität r_1
 - Sensitivität r_2
 - Sensitivität a**
- Features**
 - Zukunft



Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

- Callable bond**
 - Barwert
 - Verteilung
 - Stopzeit
- Volabond**
 - Marktpreise
 - Implizite Vola
 - Der Bondpreis
 - C++ Code
- Konvergenz-anleihe**
 - Sensitivität r_1
 - Sensitivität r_2
 - Sensitivität a
- Features**
 - Zukunft**

- ### Dadim Features
- #### Produkte
1. Alle Produkte
 2. Handelsstrategien, Market impact Modelle
- #### Maße
1. Erwartungswerte, Preise
 2. Wahrscheinlichkeitsverteilungen
 3. Wartezeiten
 4. Implizite bzw. optimale Parameter
- #### Prozesse
1. Black&Scholes
 2. Heath-Jarrow-Morton
 3. Copulas, Freiform-Verteilungen

Strukturierte Zinsprodukte

Was ist Dadim?
Wie funktioniert es?

- Callable bond**
 - Barwert
 - Verteilung
 - Stopzeit
- Volabond**
 - Marktpreise
 - Implizite Vola
 - Der Bondpreis
 - C++ Code
- Konvergenz-anleihe**
 - Sensitivität r_1
 - Sensitivität r_2
 - Sensitivität a
- Features**
 - Zukunft**

- ### Nächste Schritte
1. **Datensatz** Die MEAG liefert einen Datensatz von entweder Preisen vergleichbarer Produkte oder der zum Preisen relevanter Marktdaten.
 2. **Testcode** Ich liefere einen Testcode in Form einer DLL für C++, der auf Funktionalität und Stabilität getestet werden kann.
 3. **Vertrag** Die nötigen System-Schnittstellen und der Leistungsumfang werden definiert.
 4. **Abgabe** Der fertige Code wird geliefert.
- 大