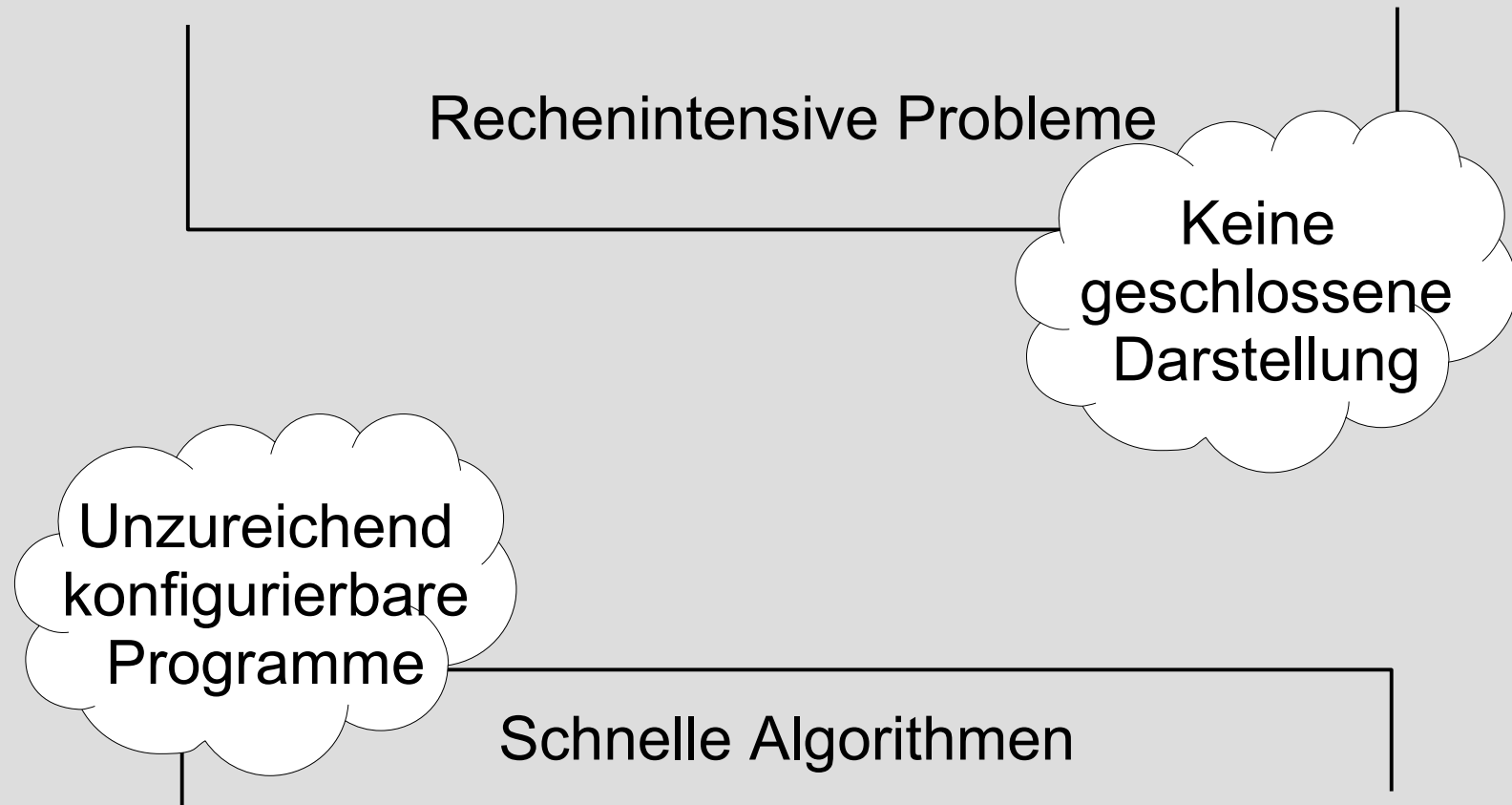


Promotionsvortrag:

Multiskalkül
mit Anwendungen in der
Finanzmathematik

Stefan Dirnstorfer
2006-03-02

Informatik und Finanzmathematik



Vorgeschlagene Lösung

Rechenintensive Probleme

Explizite Darstellung

High level interface

Schnelle Algorithmen

Keine
Schlosse
stellung

Unzur
konfigurierbare
Programme

Was ist Finanzmathematik?

Abgrenzung: Versicherung

Wahrscheinlichkeiten für Ereignisse

Erwartungswerte und Risiken für abgeleitete Verträge

Abgrenzung: Ökonometrie

Beobachten von verfügbaren Daten und deren Bewegungen

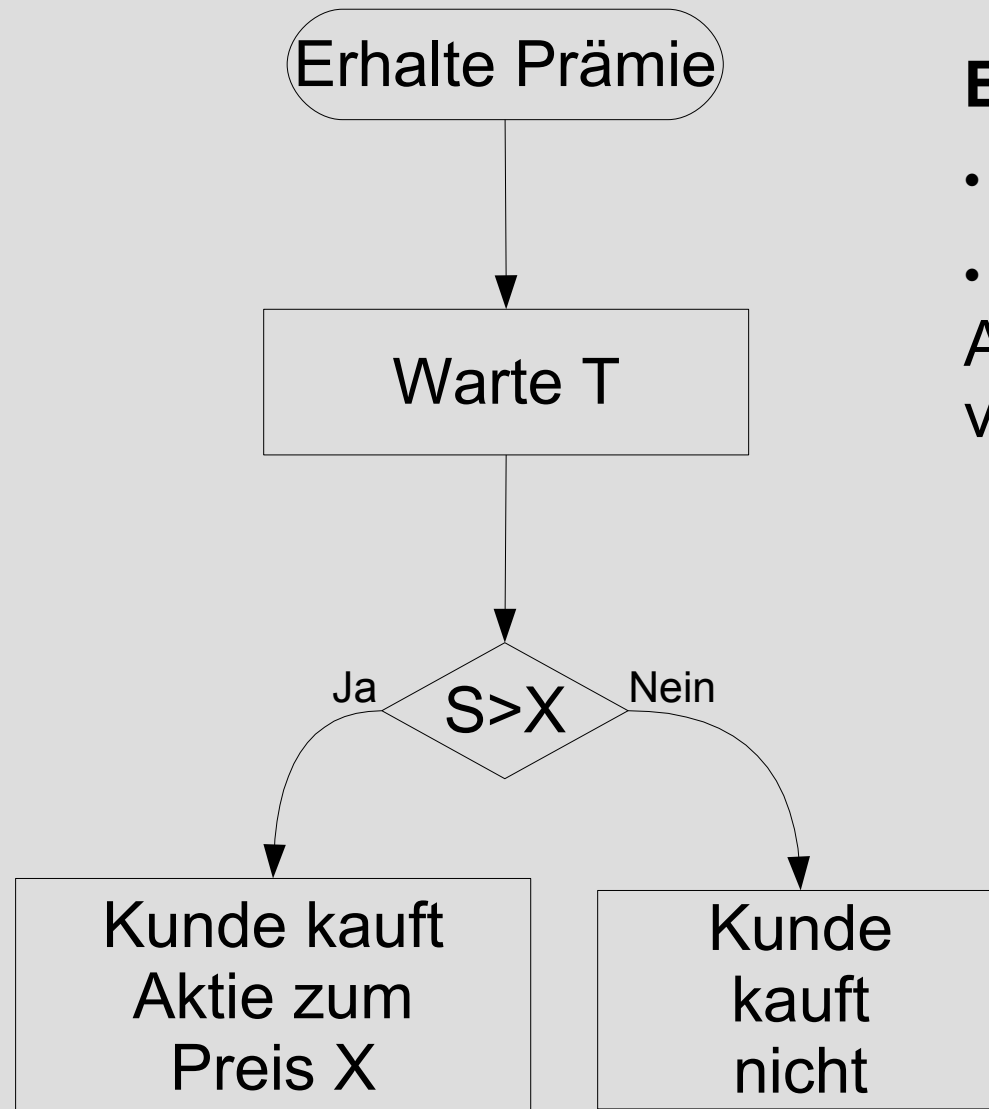
Vorhersagen zukünftiger Eigenschaften

Finanzmathematik

Analyse der Eigenschaften von Wertpapieren und Verträgen

Bestimmen von Gleichheit oder eindeutiger Überlegenheit

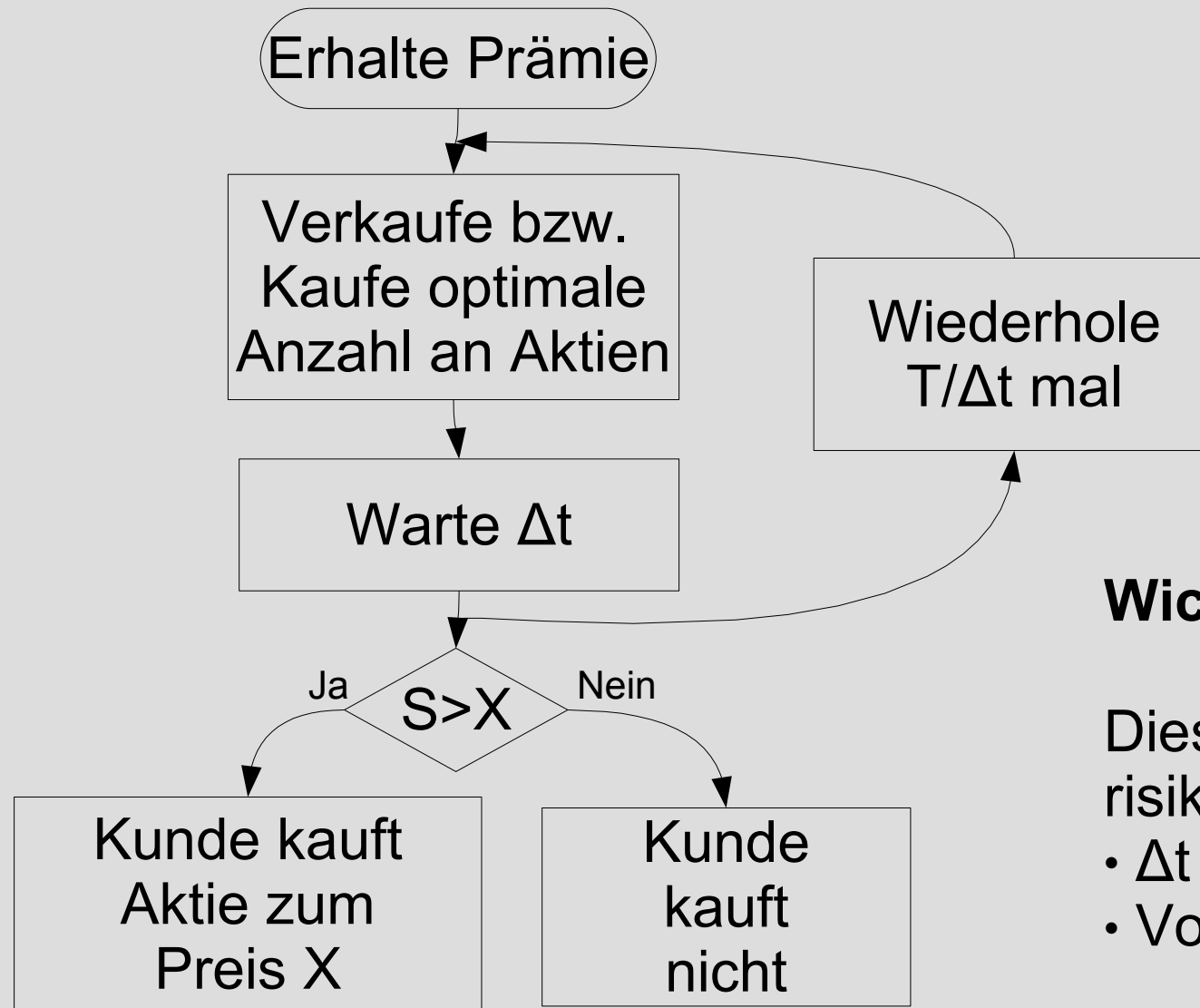
Beispiel: Option



Eigenschaften des Vertrags

- Großes Risiko
- Endpreis unbekannt, da Aktienkurs S nicht vorhersagbar

Ergebnis von Black & Scholes



Wichtiges Ergebnis:

Dieses Geschäft ist risikolos, falls:

- $\Delta t \rightarrow 0$
- Vollständiger Markt

Mathematische Formel

Variablen

a	Kontostand
h	Depot
P	Prämie
S	Aktienkurs
X	Strike
T	Laufzeit

Option:

$$T_a^P \Theta^T \begin{cases} S > X \\ \end{cases} T_a^{-S+X}$$

Gehedgte Option:

$$T_a^P \left(\left(T_a^{-S} T_h^{+1} \right)^* \Theta^{\Delta t} \right)^{T/\Delta t} \begin{cases} S > X \\ \end{cases} T_a^{-S+X}$$

Operatoren

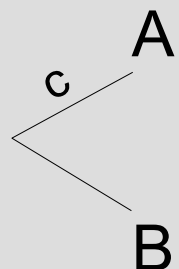
Operatoren O bilden die Menge der Funktionen $(\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m)$ auf neue Funktionen ab

$$O: (\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m) \rightarrow (\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m)$$

Verwendete Operatoren:

$$(T^a f)(x) = f(x+a)$$

$(\Theta f)(x)$ löst Konvektion-Diffusions-Gleichung


$$f(x)c(Af)(x) + (1-c)(Bf)(x)$$

Was sind Funktionen

Funktionen in der Informatik

In der Regel punktweise Abbildung von einem bestimmten Wert auf einen Anderen.

Funktionen in der Mathematik

Viele Operationen erfordern ein Bild der Funktion als Ganzes und nicht deren Wert an einer Stelle.

Multiskalen Funktionen

$\mathcal{F}(V)$ Menge der Multiskalen Funktionen

$\mathcal{F} : \mathcal{F}(V) \rightarrow V$

$T_i : \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{F}(V)$

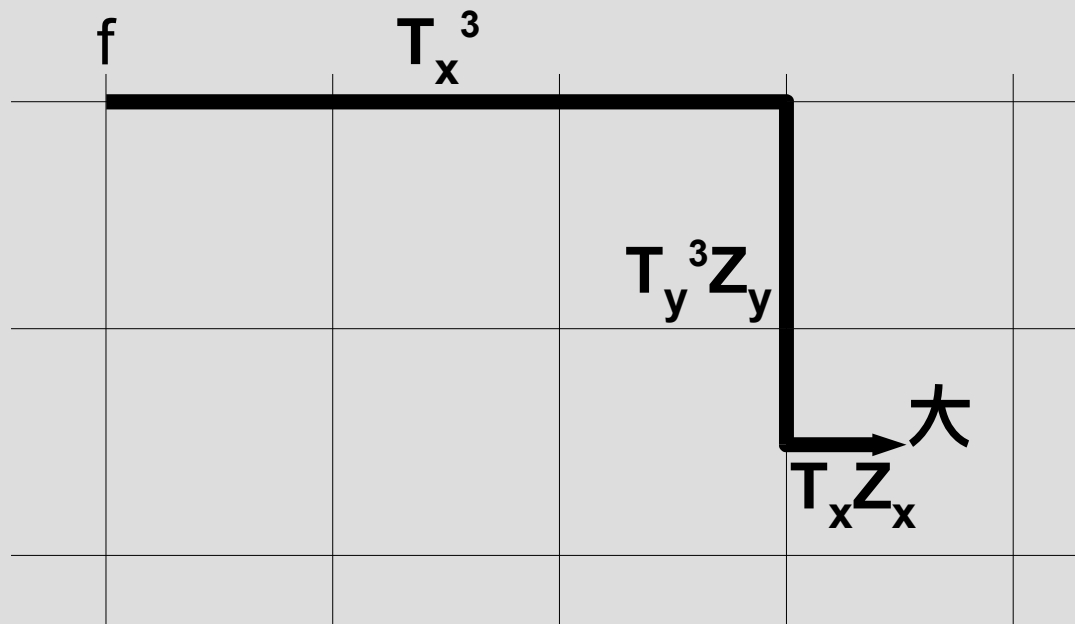
$Z_i : \mathcal{F}(V) \rightarrow \mathcal{F}(V)$

Java Implementation

```
package dadim;  
public interface Dadim {  
    public Object value();  
    public void trans(int dir, int length);  
    public void zoom(int dir);  
}
```

Funktionsauswertung

Auswerten von $\text{大} T_x Z_x T_y^3 Z_y T_x^3 f$



Multiskalen Operatoren

Für jedes f in $\mathcal{F}(V)$, ist O_f eine neue Funktion, definiert durch:

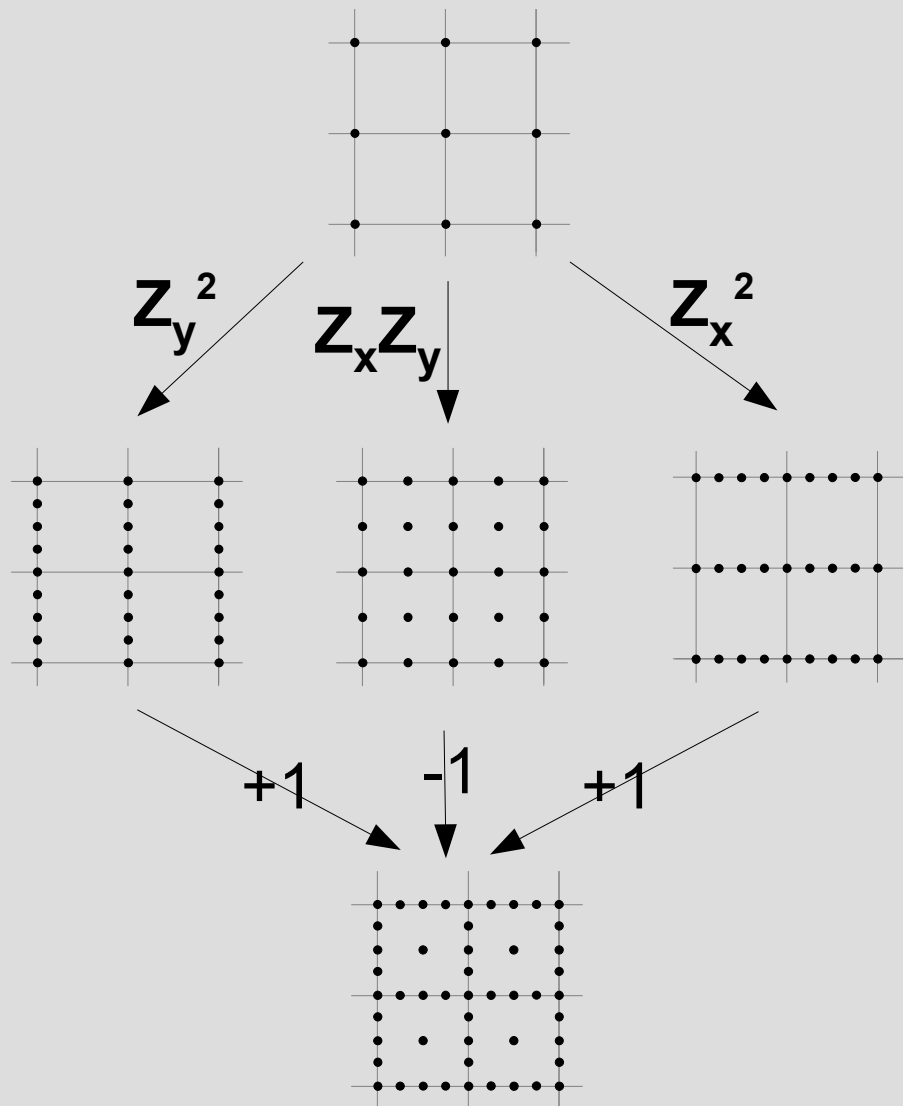
$$\mathcal{F} \quad O_f = \dots$$

$$T_i \quad O_f = \dots$$

$$Z_i \quad O_f = \dots$$

```
public class Operator implements Dadim{
    Dadim operand;
    public Operator(Dadim dadim) {
        operand = dadim;
    };
}
```

Dünne Gitter



Zusammenfassung

Rechenintensive Probleme

Explizite Darstellung

High level interface

Schnelle Algorithmen